



МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

Робоча програма освітнього компонента (Силабус)

Реквізити освітнього компонента

Рівень вищої освіти	Третій (освітньо-науковий)
Галузь знань	13 Механічна інженерія
Спеціальність	131 Прикладна механіка
Освітня програма	ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА (APPLIED MECHANICS)
Статус освітнього компонента	Вибірковий
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, весняний семестр
Обсяг освітнього компонента	5(150)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен
Розклад занять	
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: https://cpsm.kpi.ua/karvatskij-anton-yanovich.html Практичні: – https://cpsm.kpi.ua/karvatskij-anton-yanovich.htm / Лабораторні: –
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс Google classroom, https://cpsm.kpi.ua/navchannya/sylabusy/sylabusy-2025-roku.html

Програма освітнього компонента

1. Опис освітнього компонента, його мета, предмет вивчення та результати навчання

Наразі важко собі уявити дисертацію з технічних наук, у якій не було розділу присвяченого числовому аналізу фізичних полів промислового обладнання в наближенні суцільного середовища. Саме тому аспірантам спеціальності Прикладна механіка необхідно володіти навиками моделювання стану суцільного середовища з використанням сучасних CAD-CAE-систем, що потрібно для розробки нового і модернізації діючого промислового обладнання і зокрема, матеріалів і тари для пакування і пакувальної техніки.

Метою освітнього компонента є сформувати та розвинути такі компетентності (здатності) здобувачів PhD: інтегральну, загальні, фахові та програмні результатами навчання.

Предметом освітнього компонента «Моделювання стану суцільного середовища» є моделювання напружено-деформованого стану твердих, рідких та газоподібних тіл при їх взаємодії між собою та фізичними полями різної фізичної природи – гравітаційними, тепловими, електромагнітними, променевими тощо.

Вивчення освітнього компонента дає можливість аспірантам проводити теоретичні дослідження процесів та обладнання з використанням сучасних CAD-CAE-систем.

Відповідно до мети підготовка магістрів за даною спеціальністю вимагає посилення формування таких компетентностей:

1.1 Інтегральну: Здатність розв'язувати комплексні проблеми в галузі прикладної механіки, у тому числі дослідницько-інноваційної діяльності, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики.

1.2. Загальні:

- ЗК 01 Вміння виявляти та вирішувати проблеми.
- ЗК 02 Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- ЗК 03 Здатність генерувати нові ідеї (креативність).
- ЗК 04 Здатність розробляти та управляти проектами.

1.3. Фахові:

- ФК 01 Здатність критичного аналізу, оцінки і синтезу нових та складних ідей в процесі досліджень механічних конструкцій, машин, матеріалів і виробничих процесів машинобудування на основі новітніх знань в галузі механіки та суміжних предметних галузей.
- ФК 04 Здатність критичного осмислення проблем у навчанні, професійній і дослідницькій діяльності на рівні новітніх досягнень інженерних наук та на межі предметних галузей.
- ФК 05 Здатність поставити задачу і визначити шляхи вирішення проблеми засобами прикладної механіки та суміжних предметних галузей, знання методів пошуку оптимального рішення за умов неповної інформації та суперечливих вимог.

1.4. Програмні результатами навчання:

- ПРН 01 Знати загальну теорію і методики проведення наукових досліджень та вміти їх практично застосовувати для досліджень об'єктів в галузі механічної інженерії.
- ПРН 02 Виконувати науковий пошук і на основі аналізу його результатів визначати шляхи вирішення поставлених задач.
- ПРН 08 Навички використання сучасних комп'ютерних засобів та інформаційних технологій у науковій діяльності, зокрема при виконанні експериментальних досліджень.

2. Пререквізити та постреквізити освітнього компонента (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: освітній компонент базується на вивченні таких кредитних модулів: Методи проектування і розрахунку машин і конструкцій, Надійність машин і конструкцій.

Постреквізити: Моделювання технічних об'єктів і систем, Перспективні напрями розвитку енерго- та ресурсоефективних процесів, обладнання та технологій.

3. Зміст освітнього компонента

Розділ 1. Основи механіки суцільних середовищ

- Тема 1.1. Основи тензорного числення
- Тема 1.2. Напружений стан
- Тема 1.3. Деформований стан
- Тема 1.4. Рух і течія
- Тема 1.5. Закони механіки суцільного середовища
- Тема 1.6. Лінійна теорія пружності
- Тема 1.7. Механіка рідин та газів
- Тема 1.8. Теорія пластичності
- Тема 1.9. Лінійна в'язкопружність
- Тема 1.10. Турбулентний рух суцільного середовища

Розділ 2. Прикладні нелінійні задачі механіки суцільних середовищ

Тема 2.1. Математичне формулювання нелінійних задач механіки суцільних середовищ (МСС)

Тема 2.2. Числові методи розв'язання нелінійних задач МСС на базі методу скінченних елементів

Тема 2.3. Числові методи розв'язання нелінійних задач тепло-гідродинамічного стану ньютонівських та неньютонівських рідин на базі методу скінчених об'ємів

Тема 2.4. Програмна реалізація числових методик розв'язання нелінійних задач МСС

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Карвацький А. Я. Механіка суцільних середовищ: навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2017. 292 с. Гриф – рекомендовано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 11 від 07.11.2016 р.) URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/18094>

2. Карвацький А.Я. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ. Програмна реалізація та візуалізація результатів [Текст]: навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ» ВПІ ВПК «Політехніка», 2015. 392 с. Гриф надано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 4 від 12.05.2015 р.) URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/11636>

3. Механіка суцільних середовищ. Теоретичні основи навчальної дисципліни [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальностей 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування», спеціалізації «Інжиніринг, комп'ютерне моделювання та проектування обладнання пакування», «Інжиніринг, комп'ютерне моделювання та проектування обладнання виробництва полімерних і будівельних матеріалів і виробів» / А. Я. Карвацький. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 290 с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 10 від 21.06.2018 р.) URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23917>

4. Карвацький А.Я. Моделювання енергозберігаючих регламентів промислового обладнання : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. 234 с. Гриф надано Міністерством освіти і науки України (Лист № 1/11-2299 від 11.02.2014 р.) URL : <https://cpsm.kpi.ua/publikatsiji/knigi/956-modelyuvannya-energozberigayuchikh-reglamentiv-promisloвого-obladnannya.html>

5. Карвацький А. Я. Нелінійні задачі механіки суцільних середовищ. Комп'ютерний практикум з навчальної дисципліни [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», спеціалізації «Інжиніринг, комп'ютерне моделювання та проектування обладнання виробництва полімерних і будівельних матеріалів і виробів». КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,480 Мбайт). Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 158 с. URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27528>

Додаткова література

1. Карвацький А. Я. Механіка суцільних середовищ. Розв'язання задач : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2016. 391 с. Гриф надано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 5 від 11.04.2016 р.) URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/15428>

2. Mase G. E. Theory and Problems of Continuum Mechanics. New York : McGraw-Hill Book Company. 1970. 230 p. URL : <https://www.twirpx.com/file/897819/>

3. Механіка суцільних середовищ – 1. Механіка суцільних середовищ в інженерних розрахунках: Текст лекцій для студентів спеціальностей 7.05050315, 8.05050315 – «Обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів» / Уклад.: О.С. Сахаров, А. Я. Карвацький Київ : НТУУ «КПІ», 2013. 231 с. (Свідчення про електронну публікацію ІХФ № X 10/13-88). Електронні текстові дані (1 файл: 1,55 Мбайт). Київ : НТУУ «КПІ», 2013. – 231 с. URL : <https://cpsm.kpi.ua/Doc/MSS-1.pdf>

4. Механіка суцільних середовищ – 2. Нелінійні задачі механіки суцільних середовищ. Конспект лекцій з навчальної дисципліни [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», спеціалізації «Інжиніринг, комп'ютерне моделювання та проектування обладнання виробництва полімерних і будівельних матеріалів і виробів». Київ: КПІ

ім. Ігоря Сікорського, 2018. 94 с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 10 від 21.06.2018 р.) URL : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23918>

5. Zienkiewicz, O., Taylor, R., Fox, D.: The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. 7th edn. Elsevier Ltd., Oxford (2014).

6. Segerlind Larry J. Applied Finite Element Analysis ; sec. edit. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1984. 393 p. URL : <https://www.scribd.com/doc/241729488/Applied-Finite-Element-Analysis-Larry-J-Segerlind-pdf>

7. Poinso T., Veynante D. Theoretical and numerical combustion. 2nd ed. Philadelphia : Edwards, 2005. 522 p.

8. Thompson, M. ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis. 1st ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2017. 462 p.

9. Енергоресурсоефективне виробництво ізостатичного графіту : монографія / Є. М. Панов, С. В. Лелека, А. Я. Карвацький, І. О. Мікульонюк. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 140 с. ISBN 978-617-7734-26-9 URL : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37590>

10. Енергоресурсоефективне пресування вуглеграфітових виробів : монографія / Є. М. Панов, С. В. Лелека, А. Я. Карвацький, І. О. Мікульонюк. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 84 с. ISBN 978-617-7734-27-6 URL : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37591>

11. Website: OpenFOAM. Open Source Field Operation And Manipulation CFD ToolBox – відкрита інтегрована платформа для числового моделювання задач механіки суцільних середовищ URL: <http://www.openfoam.com/>

12. Website: LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code. URL: <https://www.cfdem.com/>

13. Website: ParaView. An open-source, multi-platform data analysis and visualization application. URL: <https://www.paraview.org/>

14. Моделювання статичної і динамічної поведінки матеріалів у LIGGGHTS [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня магістра за спеціальностями 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування / А. Я. Карвацький, І. О. Мікульонюк, В. М. Витвицький ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,16 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 76 с. URL : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/45613>

15. 7. Website: ANSYS Engineering Simulation & 3D Design Software ANSYS [Електронний ресурс]. URL : <https://www.ansys.com/>

Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. DSpace НТБ КПІ ім. Ігоря Сікорського, <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/18094>, <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/11636>, <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23917>, <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/15428>
2. Website кафедри ХПСМ, <http://cpsm.kpi.ua/mr.html>
3. Кампус КПІ ім. Ігоря Сікорського, <http://login.kpi.ua/>
4. Платформа дистанційного навчання «Сікорський», <https://sikorsky-distance.kpi.ua/>

Навчальний контент

5. Методика опанування освітнього компонента

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
1	Тема 1.1. Основи тензорного числення Лекція 1. Тензори. Ранг тензора. Фізичні закони. Вектори і скаляри. Системи координат. Базисні вектори. Трієдр одиничних векторів. Дії над векторами. Діади і діадики. Індексні позначення. Інтервал зміни	2

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
	індексів і погодження про підсумовування. Погодження про підсумовування у символічних позначеннях. Перетворення координат. Загальне поняття тензора. Метричний тензор. Декартові тензори. <u>Завдання на СРС.</u> Декартові тензори. Закони перетворення декартових тензорів. Дельта Кронекера. Умови ортогональності. Дії над тензорами. Симетрія диадиків, матриць і тензорів. Головні значення і головні напрямки симетричних тензорів другого рангу. Тензорні поля. Диференціювання тензорів. Криволінійні інтеграли. Теорема Стокса. Теорема Гауса-Остроградського. Література: [1]: розділ 1, § 1.1–1.23, с. 11–52, [Д1]: додаток А, § А.1, с. 319–335; електронний конспект лекцій.	
2	Тема 1.2. Напружений стан Лекція 2. Поняття суцільного середовища. Однорідність. Ізотропність. Густина. Масові сили. Поверхневі сили. Принцип напруження Коші. Вектор напруження. Напружений стан в точці. Тензор напруження. Зв'язок між тензором напруження і вектором напруження. Рівновага сил і моментів. Симетрія тензора напруження. Закони перетворення тензора напруження. Поверхні напруження Коші. Головні напруження. Інваріанти тензора напруження. Еліпсоїд напружень. Максимальне і мінімальне дотичне напруження. Круги Мора для напруження. Плоский напружений стан. Девіатор та кульовий тензор напруження. <u>Завдання на СРС.</u> Темы 1.2, 1.3. Література: [1]: розділ 2, § 2.1–2.14, с. 53–78, розділ 3, § 3.1–3.16, с. 79–107; [Д1]: додаток А, § А.2, с. 335–344, § А.3, с. 344–361; електронний конспект лекцій.	1
3	Тема 1.4. Рух і течія Лекція 3. Рух. Течія. Матеріальна похідна. Швидкість. Прискорення. Миттєве поле швидкості. Траєкторії. Лінії току. Усталений рух. Швидкість деформації. Завихреність. Прирошення деформації. Фізична інтерпретація тензорів швидкості деформації і завихреності. Матеріальні похідні від елемента об'єму, елемента поверхні і лінійного елемента. Матеріальні похідні від інтегралу по об'єму, інтегралу по поверхні і лінійного інтегралу. – 1 год. <u>Завдання на СРС.</u> Темы 1.4, 1.5. Література: [1]: розділ 4, § 4.1–4.7, с. 108–122, розділ 5, § 5.1–5.7, с. 123–134; [Д1]: додаток А, § А.4, с. 361–368, § А.5, с. 368–370; електронний конспект лекцій.	1
4	Тема 1.6. Лінійна теорія пружності Лекція 4. Узагальнений закон Гука. Функція енергії деформації. Ізотропні та анізотропні середовища. Симетрія пружних властивостей. Ізотропне середовище. Пружні сталі. Постановка статичних і динамічних задач теорії пружності. Теорема про суперпозицію. Єдиність розв'язків. Принцип Сен-Венана. Плоскі задачі теорії пружності. Плоский напружений стан і плоска деформація. Функції напруження Ері. Двовимірні статичні задачі теорії пружності у полярних координатах. Гіперпружність. Гіпопружність. Лінійна термопружність. <u>Завдання на СРС.</u> Темы 1.6. Література: [1]: розділ 6, § 6.1–6.10, с. 136–154; [Д1]: додаток А, § А.6, с. 370–373; електронний конспект лекцій.	1
5	Тема 1.7. Механіка рідин та газів Лекція 5. Тиск рідини. Тензор в'язких напружень. Баротропна течія. Визначальні або фізичні рівняння. Стоксові рідини. Ньютонівські рідини. Основні рівняння ньютонівської рідини. Рівняння Нав'є-Стокса-Дюгема.	1

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
	<i>Усталена течія. Гідростатика. Безвихрова течія. Ідеальна рідина. Рівняння Бернуллі. Циркуляція. Потенціальна течія. Плоска потенціальна течія.</i> <i>Завдання на СРС. Теми 1.7. Література: [1]: розділ 7, § 7.1–7.6, с. 155–165; [Д1]: додаток А, § А.7, с. 373–377; електронний конспект лекцій.</i>	
6	Тема 1.8. Теорія пластичності <i>Лекція 6. Основні положення та визначення. Ідеалізовані діаграми пластичної поведінки. Умови пластичності. Критерії Треска та Мізеса. Простір напруження. П-площина. Поверхня плинності. Поведінка матеріалу за межею плинності. Ізотропне і кінематичне зміцнення. Співвідношення між напруженнями і деформаціями в пластичному стані. Теорія пластичного потенціалу. Еквівалентне напруження. Еквівалентне припущення пластичної деформації. Робота на пластичних деформаціях. Гіпотези зміцнення. Співвідношення інкрементарної теорії пластичності для середовища з ізотропним зміцненням. Деформаційна теорія пластичності. Задачі пружно-пластичності.</i> <i>Завдання на СРС. Теми 1.8, 1.9. Література: [1]: розділ 8, § 8.1–8.13, с. 172–198, розділ 9, § 9.1–9.8, с. 200–217; [Д1]: додаток А, § А.8, с. 377–379, § А.9, с. 380–383; електронний конспект лекцій.</i>	2
7	Тема 1.10. Турбулентний рух суцільного середовища <i>Лекція 7. Класичні моделі турбулентності для напружень Рейнольдса. Модель Прандтля, що побудована на алгебраїчному виразі. Модель Прандтля-Колмогорова з одним рівнянням. модель ізотропної турбулентності з двома скалярними рівняннями. Математичні моделі для числового моделювання турбулентних потоків. Моделі турбулентності RANS. Моделі турбулентності LES. Гібридні моделі турбулентності DES.</i> <i>Завдання на СРС. Теми 1.10. Література: [Д5]: лекц. 9, с. 80–86; [1]: розділ 11, § 11.1–11.4, с. 256–271; [4]: розділ 9, § 9.1–9.3, с. 198–218; електронний конспект лекцій.</i>	2
8	Тема 2.1. Математичне формулювання нелінійних задач МСС <i>Лекція 8. Нестационарна задача теплопровідності. Нестационарна задача тепло-електропровідності. Пружно-пластична задача з врахуванням ізотропного зміцнення. Задача пружно-пластичної поведінки сипких матеріалів. Задачі тепло-гідродинамічного стану ньютонівської рідини під час ламінарного та турбулентного руху. Основні рівняння для неньютонівської рідини. Моделі дилатантних (комполімерних) речовин. Постановка задачі тепло-гідродинамічного стану рідини типу Bingham-Papanastasiou.</i> <i>Завдання на СРС. Основна система диференціальних рівнянь МСС. Початкові та Граничні умови. Література: [5]: розділ 3, § 3.1–3.3, с. 32–42, розділ 4, § 4.1–4.3, с. 44–53; [1]: розділ 7, § 7.7–7.8, с. 166–171; електронний конспект лекцій.</i>	2
9	Тема 2.2. Числові методи розв'язання нелінійних задач МСС на базі методу скінченних елементів <i>Лекція 9. Методи числового розв'язання задач теплопровідності, тепло-електропровідності, пружно-пластичної поведінки металів та сипких матеріалів. Алгоритм зворотного відображення.</i> <i>Завдання на СРС. Література: [5]: розділ 1, § 1.1–1.3, с. 9–19, розділ 2, §</i>	2

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
	2.1–2.3, с. 20–30, розділ 3, § 3.1–3.3, с. 32–42, розділ 4, § 4.1–4.3, с. 44–53; [4]: розділ 7, § 7.1–7.2, с. 178–184; електронний конспект лекцій.	
10	Тема 2.3. Числові методи розв'язання нелінійних задач тепло-гідродинамічного стану ньютонівських та неньютонівських рідин на базі методу скінчених об'ємів Лекція 10. Числові методи розв'язання задач ламінарного і турбулентного руху ньютонівської нестисливої рідини. Алгоритм SIMPLE. Числові методи розв'язання задач ламінарного руху неньютонівських рідин. <u>Завдання на СРС.</u> Формулювання початкових та граничних умов. Література: [4]: розділ 5, § 5.1–5.2, с. 127–139, розділ 9, § 9.1–9.3, с. 198–218; електронний конспект лекцій.	2
11	Тема 2.4. Програмна реалізація числових методик розв'язання нелінійних задач МСС Лекція 11. Побудова геометрії розрахункової області та її дискретизація з використанням відкритої CAD-системи Gmsh. Програмна реалізація числових методик розв'язання нелінійних задач МСС в системі Mathcad. Проведення числових експериментів в системі Mathcad. Візуалізація результатів числового аналізу у відкритому графічному пакеті для інтерактивної візуалізації ParaView. <u>Завдання на СРС.</u> Література: [5]: розділ 1, § 1.1–1.3, с. 9–19, розділ 2, § 2.1–2.3, с. 20–30, розділ 3, § 3.1–3.3, с. 32–42, розділ 4, § 4.1–4.3, с. 44–53; електронний конспект лекцій.	2
Всього		18

Практичні заняття

Основними завданнями циклу практичних занять є застосування аспірантами теоретичних основ з побудови фізичних і математичних моделей теплового, теплоелектричного, тепло-гідродинамічного та термомеханічного стану промислового обладнання пакувальної техніки [1–5] для виконання розробки числових моделей фізичного стану, зокрема теплового, теплоелектричного, тепло-гідродинамічного, механічного та термомеханічного [Д91–Д10] з використанням програмних продуктів Workbench [7], Workbench Fluent [7], OpenFOAM і LIGGGHTS [Д11–Д13], проведення числового аналізу теплового, тепло-гідродинамічного або термомеханічного стану пакувальної техніки.

№ з/п	Назва теми практичних занять та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
1	Комп'ютерний практикум 1. Стаціонарна теплопровідність плоскої стінки, Workbench Fluent – файл методичних розробок – «1ua-ANSYS Academic Teaching приклад 1.pdf». <u>Завдання на СРС.</u> Математична постановка стаціонарної і нестаціонарної задач теплопровідності. Методи числового розв'язання задач. Література: [1] с. 10–16, с. 81–126; [2] с. 105–106, с. 109–111; [3] с. 8–9, с. 23–84, с. 170–191; [4] с. 9–19. Нелінійна нестаціонарна задача тепло-електропровідності. Математична постановка нелінійної задачі і методика її числового розв'язання. Література: [1] с. 178–180; [2] с. 112–114; [4] с. 20–30.	4

№ з/п	Назва теми практичних занять та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
2	Комп'ютерний практикум 2. Статичний аналіз міцності конструкції (пластина) Workbench – файл методичних розробок – «ANSYS Mechanical статичний аналіз міцності конструкції (пластина) .pdf». <u>Завдання на СРС.</u> Математична постановка лінійної задачі статичної пружності. Методика числового розв'язання задачі. Література: [1] с. 181–184; [2] с. 106–109; [3] с. 9–18, с. 87–127, с. 193–216. Математична постановка задачі динамічної пружності з врахуванням великих деформацій та контактної взаємодії механічної природи. Література: [2] с. 111–112. Математична постановка зв'язаної задачі термopужності. Література: [2] с. 114–116. Задача пружно-пластичної поведінки ізотропного матеріалу. Математична постановка нелінійної задачі і методика її числового розв'язання. Література: [4] с. 32–42.	4
3	Комп'ютерний практикум 3. Змішування потоків рідини різної температури у трубному трійнику – Fluid Flow and Heat Transfer in a Mixing Tee, Workbench Fluent – файл методичних розробок – «fluent_13.0_workshop01-mixingtee.pdf», файл дискретизації моделі – «fluidtee.meshdat» [6]. Розрахунки матеріального і теплового балансів. <u>Завдання на СРС.</u> Математична постановка задачі тепло-гідродинаміки під час ламінарної течії нестисливої ньютонівської рідини. Література: [2] с. 117–120. Математична постановка задачі тепло-гідродинаміки під час турбулентної течії нестисливої ньютонівської рідини на базі стандартної $k-\varepsilon$ моделі. Література: [2] с. 120–122. Метод скінченних об'ємів. Література: [1] с. 127–139. Методики складання енергетичних і теплових балансів промислового обладнання. Література: [1] с. 185–190.	4
4	Комп'ютерний практикум 4. Побудова геометрії трубного трійника та виконання дискретизації для КПЗ. Workbench – DesignModeler, Meshing [6]. <u>Завдання на СРС.</u> Фізичні рівняння для неньютонівської рідини. Література: [2] с. 123–124. Приклади застосування математичного моделювання для розробки енергозберігаючих конструкцій і регламентів експлуатації промислового обладнання. Література: [1] с. 198–227.	4
5	Комп'ютерний практикум 5. Використання моделі з дискретною фазою – Using the Discrete Phase Model (DPM), Workbench Fluent – файл методичних розробок – «fluent_13.0_workshop06-dpm.pdf», файл дискретизації моделі – «dpm_tutorial.msh» [6]. <u>Завдання на СРС.</u> Математичні моделі дилатантних (комполитних) речовин. Постановка тепло-гідродинамічної задачі для рідини типу Bingham-Papanastasiou. Література: [2] с. 124–127. Математична модель процесу просочення поруватих середовищ під час виготовлення композитної тари. Література: [2] с. 127–129.	4
6	Комп'ютерний практикум 6. Охолодження електронних пристроїв за рахунок природної конвекції та теплового випромінювання – Electronics Cooling with Natural Convection and Radiation, Workbench Fluent – папка методичних розробок – «workshop4-electronics», файл дискретизації	4

№ з/п	Назва теми практичних занять та перелік основних питань (посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
	моделі – «heatsink.msh.gz» [6]. Розрахунки матеріального і теплового балансів. <u>Завдання на СРС.</u> Методики складання енергетичних і теплових балансів промислового обладнання. Література: [1] с. 191–197.	
7	Комп'ютерний практикум 7. Промивання резервуару – двофазна модель. Tank Flushing Example, Workbench Fluent – файл метод. розробок – «fluent_13.0_workshop07-tank-flush.pdf», меш – файл «tankflush.msh.gz» [6]. <u>Завдання на СРС.</u> Математичне формулювання задачі течії двохфазного потоку на базі моделі VOF. Математичне формулювання задачі течії багатофазного потоку на базі моделі Ейлера. Література: [6].	8
8	Комп'ютерний практикум 8. Визначення кута природного укусу за результатами моделювання процесу формування гірки сипкого матеріалу, LIGGGHTS, ParaView [Д6–Д7]. <u>Завдання на СРС.</u> Постановка задачі рухомого шару сипучого матеріалу. Література: [2] с. 130–133; [7] с. 33–35, с. 37–43. Задача пружно-пластичної поведінки сипкого матеріалу. Математична постановка нелінійної задачі і методика її числового розв'язання. Література: [4] с. 44–53.	4
Всього		36

Лабораторні заняття (комп'ютерний практикум)

Робочим навчальним планом лабораторні заняття не передбачено.

6. Самостійна робота аспіранта

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Тема 1.1. Основи тензорного числення Тензори. Ранг тензора. Фізичні закони. Вектори і скаляри. Системи координат. Базисні вектори. Трієдр одиничних векторів. Дії над векторами. Діади і діадики. Індексні позначення. Інтервал зміни індексів і погодження про підсумовування. Погодження про підсумовування у символічних позначеннях. Перетворення координат. Загальне поняття тензора. Метричний тензор. Декартові тензори. Література: [1]: розділ 1, § 1.1–1.23, с. 11–52, [Д1]: додаток А, § А.1, с. 319–335.	5
2	Тема 1.2. Напружений стан Поняття суцільного середовища. Однорідність. Ізотропність. Густина. Масові сили. Поверхневі сили. Принцип напруження Коші. Вектор напруження. Напружений стан в точці. Тензор напруження. Зв'язок між тензором напруження і вектором напруження. Рівновага сил і моментів. Симетрія тензора напруження. Закони перетворення тензора напруження. Поверхні напруження Коші. Головні напруження. Інваріанти тензора напруження. Еліпсоїд напружень. Максимальне і мінімальне дотичне напруження. Круги Мора для напруження. Плоский напружений стан. Девіатор та кульовий тензор напруження. Література: розділ 2, § 2.1–2.14, с. 53–78; [Д1]: додаток А, § А.2, с.	5

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
	335–344.	
3	Тема 1.3. Деформований стан Частинки і точки. Конфігурація суцільного середовища. Деформація і течія. Радіус-вектор. Вектор переміщення. Лагранжевий і ейлерів опис руху. Градієнти деформації. Градієнти переміщення. Тензори деформацій. Тензори скінченних деформацій. Теорія малих деформацій. Тензори нескінченно малих деформацій. Відносне переміщення. Тензор лінійного повороту. Вектор повороту. Геометричний зміст тензорів лінійних деформацій. Коефіцієнт довжини. Інтерпретація скінченних деформацій. Тензори коефіцієнтів довжини. Тензор повороту. Властивості перетворення тензорів деформацій. Головні деформації. Інваріанти деформації. Об'ємне розширення. Кульовий тензор і девіатор деформацій. Плоска деформація. Круги Мора для деформації. Рівняння сумісності для лінійних деформацій. Література: [1]: розділ 3, § 3.1–3.16, с. 79–107; [Д1]: додаток А, § А.3, с. 344–361.	5
4	Тема 1.4. Рух і течія Течія. Матеріальна похідна. Швидкість. Прискорення. Миттєве поле швидкості. Траєкторії. Лінії току. Усталений рух. Швидкість деформації. Завихреність. Прирошення деформації. Фізична інтерпретація тензорів швидкості деформації і завихреності. Матеріальні похідні від елемента об'єму, елемента поверхні і лінійного елемента. Матеріальні похідні від інтегралу по об'єму, інтегралу по поверхні і лінійного інтегралу. Література: [1]: розділ 4, § 4.1–4.7, с. 108–122; [Д1]: додаток А, § А.4, с. 361–368.	5
5	Тема 1.5. Закони механіки суцільного середовища Закон збереження маси. Рівняння нерозривності. Теорема про зміну кількості руху. Рівняння руху. Рівняння рівноваги. Теорема про зміну моменту кількості руху. Закон збереження енергії. Перший закон термодинаміки. Рівняння енергії. Рівняння стану. Ентропія. Другий закон термодинаміки. Нерівність Клаузіуса-Дюгема. Дисипативна функція. Визначальні рівняння. Термомеханічний і механічний континууми. Література: Література: [1]: розділ 5, § 5.1–5.7, с. 123–134; [Д1]: додаток А, § А.5, с. 368–370.	4
6	Тема 1.6. Лінійна теорія пружності Узагальнений закон Гука. Функція енергії деформації. Ізотропні та анізотропні середовища. Симетрія пружних властивостей. Ізотропне середовище. Пружні сталі. Постановка статичних і динамічних задач теорії пружності. Теорема про суперпозицію. Єдиність розв'язків. Принцип Сен-Венана. Плоскі задачі теорії пружності. Плоский напружений стан і плоска деформація. Функції напруження Ері. Двовимірні статичні задачі теорії пружності у полярних координатах. Гіперпружність. Гіпопружність. Лінійна термопружність Література: [1]: розділ 6, § 6.1–6.10, с. 136–154; [Д1]: додаток А, § А.6, с. 370–373.	4
7	Тема 1.7. Механіка рідин та газів	4

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
	Тиск рідини. Тензор в'язких напружень. Баротропна течія. Визначальні або фізичні рівняння. Стоксові рідини. Ньютонівські рідини. Основні рівняння ньютонівської рідини. Рівняння Нав'є-Стокса-Дюгема. Усталена течія. Гідростатика. Безвихрова течія. Ідеальна рідина. Рівняння Бернуллі. Циркуляція. Потенціальна течія. Плоска потенціальна течія. Література: [1]: розділ 7, § 7.1–7.6, с. 155–165; [Д1]: додаток А, § А.7, с. 373–377.	
8	Тема 1.8. Теорія пластичності Основні положення та визначення. Ідеалізовані діаграми пластичної поведінки. Умови пластичності. Критерії Треска та Мізеса. Простір напруження. П-площина. Поверхня плинності. Поведінка матеріалу за межею плинності. Ізотропне і кінематичне зміцнення. Співвідношення між напруженнями і деформаціями в пластичному стані. Теорія пластичного потенціалу. Еквівалентне напруження. Еквівалентне прирощення пластичної деформації. Робота на пластичних деформаціях. Гіпотези зміцнення. Співвідношення інкрементарної теорії пластичності для середовища з ізотропним зміцненням. Деформаційна теорія пластичності. Задачі пружно-пластичності. Література: [1]: розділ 8, § 8.1–8.13, с. 172–198; [Д1]: додаток А, § А.8, с. 377–379.	4
9	Тема 1.9. Лінійна в'язкопружність В'язкопружна поведінка матеріалу. Найпростіші механічні моделі в'язкопружної поведінки. Узагальнені моделі. Лінійне диференціальне операторне рівняння. Повзучість і релаксація. Функції повзучості та релаксації. Інтеграли спадковості. Комплексні модулі та піддатливість. Тривимірна теорія лінійної в'язкопружності. Аналіз в'язкопружного напруженого стану. Принцип відповідності. Література: [1]: розділ 9, § 9.1–9.8, с. 200–217; [Д1]: додаток А, § А.9, с. 380–383.	4
10	Тема 1.10. Турбулентний рух суцільного середовища Класичні моделі турбулентності для напружень Рейнольдса. Модель Прандтля, що побудована на алгебраїчному виразі. Модель Прандтля-Колмогорова з одним рівнянням. модель ізотропної турбулентності з двома скалярними рівняннями. Математичні моделі для числового моделювання турбулентних потоків. Моделі турбулентності RANS. Моделі турбулентності LES. Гібридні моделі турбулентності DES. Література: [Д5]: лекц. 9, с. 80–86; [1]: розділ 11, § 11.1–11.4, с. 256–271; [4]: розділ 9, § 9.1–9.3, с. 198–218.	4
11	Тема 2.1. Математичне формулювання нелінійних задач МСС Розв'язання нелінійної задачі теплопровідності на прикладі нагрівання/охолодження циліндра методом скінченних елементів з використанням трикутних скінченних елементів в середовищах Gmsh, Mathcad і ParaView. Порівняння результатів з точними розв'язками та числовими розв'язками, отриманими за допомогою програмних продуктів ANSYS. Література: [5]: розділ 1, § 1.1–1.3, с. 9–19.	5
12	Тема 2.2. Числові методики розв'язання нелінійних задач МСС на	5

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
	базі методу скінченних елементів Розв'язання нелінійної задачі тепло-електропровідності на прикладі нагрівання циліндричного провідника методом МСЕ з використанням трикутних скінченних елементів в середовищах Gmsh, Mathcad і ParaView. Розв'язання нелінійної задачі пружнопластичності на прикладі товстостінного циліндра під внутрішнім тиском методом МСЕ з використанням неявного алгоритму зворотного відображення в середовищах Gmsh, Mathcad і ParaView. Розв'язання нелінійної задачі пружнопластичності на прикладі конуса силкого матеріалу методом МСЕ з використанням неявного алгоритму зворотного відображення в середовищах Gmsh, Mathcad і ParaView. Порівняння результатів з точними розв'язками та числовими розв'язками, отриманими за допомогою програмних продуктів ANSYS. Література: [5]: розділ 2, § 2.1–2.3, с. 20–30, розділ 3, § 3.1–3.3, с. 32–42, розділ 4, § 4.1–4.3, с. 44–53.	
13	Тема 2.3. Числові методи розв'язання нелінійних задач тепло-гідродинамічного стану ньютонівських та неньютонівських рідин на базі методу скінчених об'ємів Розв'язання нелінійних задач ламінарного і турбулентного руху ньютонівської нестисливої рідини методом МСО з використанням алгоритму SIMPLE в середовищах OpenFOAM і ParaView. Порівняння результатів з числовими розв'язками, отриманими за допомогою програмних продуктів ANSYS. Література: [4]: розділ 5, § 5.1–5.2, с. 127–139, розділ 9, § 9.1–9.3, с. 198–218.	5
14	Тема 2.4. Програмна реалізація числових методик розв'язання нелінійних задач МСС Розв'язання нелінійних задач ламінарного руху неньютонівських рідин методом МСО з використанням OpenFOAM і ParaView. Порівняння результатів з числовими розв'язками, отриманими за допомогою програмних продуктів ANSYS. Література: [1]: розділ 7, § 7.7–7.8, с. 166–171.	7
15	Екзамен	30
Всього		96

Контрольні роботи

Робочим навчальним планом контрольні роботи не передбачено.

Політика та контроль

7. Політика освітнього компонента

Порушення Кодексу академічної доброчесності Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» є серйозним порушенням, навіть якщо воно є ненавмисним. Кодекс доступний за посиланням: <https://kpi.ua/code.3>.

Зокрема, дотримання Кодексу академічної доброчесності означає, що вся робота на іспитах та заліках має виконуватися індивідуально. Під час виконання самостійної роботи здобувачі PhD можуть консультуватися з викладачами та з іншими здобувачами PhD, але повинні самостійно розв'язувати завдання, керуючись власними знаннями, уміннями та навичками. Посилання на всі

ресурси та джерела (наприклад, у звітах, самостійних роботах чи презентаціях) повинні бути чітко визначені та оформлені належним чином. У разі спільної роботи з іншими здобувачами PhD над виконанням індивідуальних завдань, викладач повинен зазначити ступінь їх участі в роботі.

Академічна доброчесність: Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу. Норми етичної поведінки: Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2.

Вимоги, які ставляться перед здобувачами PhD:

- відвідування лекційних та практичних занять є обов'язковою складовою вивчення матеріалу, викладач фіксує присутність на заняттях;
- викладач використовує Google classroom та ZOOM для викладання матеріалу поточної лекції, додаткових ресурсів, практичних занять та ін.;
- на лекції викладач користується власним презентаційним матеріалом; який по закінченні лекції викладає у Google classroom з відповідного освітнього компонента, де присутній потік здобувачів PhD;
- на лекції заборонено відволікати викладача від подання матеріалу здобувачами PhD, усі питання, уточнення тощо здобувачі ставлять в кінці лекції у відведений для цього час;
- виконання розрахункових робіт (комп'ютерних практикумів) відбувається у години Самостійної роботи та надсилається на електронну пошту викладача або телеграм;
- відповідно до «Кодексу честі» розрахункові роботи (комп'ютерні практикуми) та підготовку відповідей на теоретичні і практичні питання екзаменаційного білету здобувачі PhD виконують самостійно;
- заохочувальні бали виставляються за: активну участь на лекціях; підготовку наукових публікацій за темами освітнього компонента.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з кредитного модуля згідно з робочим навчальним планом:

Семестр	Навчальний час		Розподіл навчальних годин					Контрольні заходи		
	кредити	акад. год.	Лекції	Практ.	Лабор.	Інд.зан.	СРС	МКР	РГР	Семестрова атестація
2	5	150	18	36	–	–	96	–	–	екзамен

Поточний контроль:

експрес-опитування, розрахункові роботи (комп'ютерні практикуми).

Календарний контроль:

Метою його проведення є підвищення якості навчання здобувачів PhD та моніторинг виконання графіка освітнього процесу (виконання вимог силабусу).

Календарний рубіжний контроль проводиться два рази в семестр.

Перший контроль – 8-й тиждень, другий - 14-й тиждень.

Семестровий контроль: екзамен

Рейтинг здобувача PhD з освітнього компонента складається з балів, що отримуються за:

експрес-опитування на лекційних заняттях, виконання розрахункових робіт (комп'ютерних практикумів) у години Самостійної роботи здобувачів PhD.

Система рейтингових балів та критерії оцінювання.

Рейтингові бали r_k :

а) 5 експрес-опитувань на лекціях:

- повна відповідь 2 бали;
- неповна відповідь 1 бал;
- незадовільна відповідь 0 балів.

в) 8 розрахункових робіт:

- виконання завдань у повному обсязі 5 балів;
- виконання завдань у обсязі 80% 4 бали;
- виконання завдань у обсязі 60% 3 бали.

Заохочувальні бали r_s .

- додаткові заохочувальні бали +2 бали.

Значення R_c – стартової шкали PCO поточної успішності дорівнює сумі максимальних вагових балів:

$$R_c = \sum r_k = 2 \times 5 + 5 \times 8 = 10 + 40 = 50 \text{ балів.}$$

Умови допуску до семестрового контролю: семестровий рейтинг ≥ 30 балів.

Екзаменаційні бали $R_E = 50$ балів:

- **задача**
 - правильний розв'язок 20 балів
 - розв'язок з арифметичними помилками до 16 балів
 - розв'язок з теоретичними помилками 12 балів і більше
- **кожне з двох теоретичних питань білету**
 - повна відповідь 15 балів
 - неповна відповідь 5-8 балів

Розмір **R-шкали PCO з кредитного модуля** формується як сума максимальних балів поточної успішності R_c та екзаменаційних балів R_E :

$$R = R_c + R_E = 50 + 50 = 100$$

Рейтингова оцінка здобувача з кредитного модуля формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу $r_c = \sum r_k + \sum r_s$ (рейтингові бали та заохочувальні/штрафні бали) – та екзаменаційних балів r_E :

$$RD = \sum r_k + \sum r_s + \sum r_E$$

Атестація здобувача здійснюється за результатами поточного значення індивідуального рейтингу з освітнього компонента – R_c . Якщо значення R_c не менше 50% від максимально можливого рейтингу - R_c^A на час атестації (I ат. – $R_c^A = 25$, II ат. – $R_c^A = 50$), здобувач Ph.D вважається задовільно атестованим.

Здобувачі, які набрали протягом семестру рейтинг з освітнього компонента $R_c < 30$, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити його, інакше вони не допускаються до екзамену і мають академічну заборгованість. Здобувачі, що набрали протягом семестру необхідну кількість балів ($R \geq 30$ балів) допускаються до складання екзамену.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре

74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Процедура оскарження результатів контрольних заходів:

Здобувачі мають можливість підняти будь-яке питання стосовно процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно з попередньо визначеними процедурами. Здобувачі мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано пояснивши, з якими зауваженнями не погоджуються.

9. Додаткова інформація з освітнього компонента

Перелік теоретичних питань, які виносяться на Поточний, Календарний та Семестровий контроль наведено в Camrus, Google classroom.

Дистанційне навчання: Дистанційне навчання з освітнього компонента допускається за певною тематикою за умови погодження зі здобувачами PhD. У разі, якщо невелика кількість здобувачів PhD має бажання (або через форс-мажорні обставини) пройти онлайн-курс за певною тематикою, вивчення матеріалу у такій формі допускається, але здобувачі PhD повинні виконати всі завдання, передбачені силабусом освітнього компонента.

Виставлення оцінки зі іспит та оцінки за контрольні заходи шляхом перенесення результатів проходження онлайн-курсу з освітнього компонента передбачено лише у разі форс-мажорних обставин здобувачів PhD.

Виконання деяких тематичних завдань здійснюється під час самостійної роботи здобувачів PhD у дистанційному режимі (з можливістю консультування з викладачем через соціальні мережі, електронну пошту тощо).

Позааудиторні заняття: Консультації (індивідуальні та групові) з освітнього компонента та самостійна робота здобувачів PhD можуть проводитись за попередньою згодою у науковій лабораторії, в науково-технічній бібліотеці університету та/або у домашніх умовах, відповідно. Навчальний матеріал, передбачений для засвоєння здобувачами PhD у процесі самостійної роботи, виноситься на підсумковий контроль разом з навчальним матеріалом, що вивчався при проведенні аудиторних навчальних занять.

Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль

Теоретичні питання

1. Охарактеризуйте деформаційну теорію пластичності.
2. Охарактеризуйте поняття ідеальної рідини. Запишіть рівняння Бернуллі. Що таке циркуляція?
3. Охарактеризуйте фізичну інтерпретацію тензорів швидкості деформації і завихреності.
4. Проаналізуйте поведінку матеріалу за межею плинності. В чому полягає сутність ізотропного і кінематичного зміцнення? Наведіть гіпотези ізотропного і кінематичного зміцнення.
5. Проаналізуйте моделі дилатантних (комполітних) речовин. Запишіть постановку задачі тепло-гідродинамічного стану рідини типу Bingham-Papanastasiou.
6. Охарактеризуйте умови пластичності. Проаналізуйте критерії Треска та Мізеса і дайте їх фізичне тлумачення.
7. Проаналізуйте визначальні або фізичні рівняння для рідини. Що таке стоксові рідини і ньютонівські рідини?
8. Охарактеризуйте початковий і поточний (актуальний) стан елементарного об'єму континууму.

9. Проаналізуйте основні рівняння для неньютонівської рідини.
10. Охарактеризуйте поняття швидкості деформації, завихреності, прирощення деформації.
11. Охарактеризуйте теорему про зміну кількості руху. Запишіть рівняння руху. Наведіть рівняння рівноваги.
12. Проаналізуйте основні рівняння для ньютонівської рідини. Наведіть рівняння Нав'є-Стокса-Дюгема.
13. Охарактеризуйте поняття траєкторії, лінії току, усталеного руху.
14. Проаналізуйте закон збереження маси. Запишіть рівняння нерозривності. В чому полягає різниця між Ейлеровою формою рівняння нерозривності та Лагранжевою диференціальною його формою запису?
15. Охарактеризуйте поняття руху, течії. Дайте визначення матеріальної похідної, швидкості, прискорення, миттєвого поля швидкості.
16. Проаналізуйте закон збереження енергії. Наведіть математичну форму запису першого закону термодинаміки та дайте його формулювання. Запишіть рівняння енергії.
17. Проаналізуйте співвідношення інкрементарної теорії пластичності для середовища з ізотропним зміцненням.
18. Проаналізуйте, яким чином визначаються відносно переміщення, тензор лінійного повороту, вектор повороту?
19. Проаналізуйте, на чому базується теорія малих деформацій? Що таке тензори нескінченно малих деформацій.
20. Проаналізуйте основні положення та визначення теорії пластичності. Наведіть ідеалізовані діаграми пластичної поведінки матеріалу та дайте їх фізичне тлумачення.
21. Охарактеризуйте поняття тензора, декартових тензорів, рангу і порядку тензорів.
22. Проаналізуйте формулювання задачі тепло-гідродинамічного стану на базі моделі турбулентності з врахуванням стисливості в'язкого середовища.
23. Проаналізуйте формули для подвійного скалярного, змішаного та подвійного векторного добутків діад.
24. Охарактеризуйте рівняння стану. Дайте визначення ентропії. Охарактеризуйте другий закон термодинаміки.
25. Проаналізуйте приклади систем координат. Дайте визначення базисних векторів. Що розуміють під трієдром одиничних векторів?
26. Проаналізуйте, в чому полягає фізичний зміст нерівності Клаузіуса-Дюгема. Дайте визначення дисипативної функції.
27. Проаналізуйте приклади криволінійних систем координат. Чим вони відрізняються від декартової системи координат?
28. Охарактеризуйте визначальні рівняння. Дайте визначення термомеханічного і механічного континуумів.
29. Охарактеризуйте правила погодження про підсумовування у символічних позначеннях.
30. Проаналізуйте узагальнений закон Гука. Дайте фізичний зміст функції енергії деформації.
31. Проаналізуйте закони перетворення декартових тензорів. Що таке дельта Кронекера? Наведіть умови ортогональності.
32. Охарактеризуйте визначення ізотропного та анізотропного середовища. Проаналізуйте властивості симетрії пружних властивостей?
33. Охарактеризуйте головні значення і головні напрямки симетричних тензорів другого рангу. Напишіть характеристичне рівняння тензора.
34. Охарактеризуйте пружні сталі та дайте їх фізичний зміст.
35. Проаналізуйте теорему Гауса-Остроградського.
36. Проаналізуйте постановку статичних і динамічних задач теорії пружності. Запишіть рівняння Нав'є-Коші та рівняння сумісності Бельтрамі-Мічела.
37. Охарактеризуйте гіпотези суцільного середовища.

38. Проаналізуйте теорему про суперпозицію. Чим можна пояснити єдиність розв'язків? Сформулюйте принцип Сен-Венана.
39. Охарактеризуйте напружений стан в точці. Дайте визначення тензора напруження.
40. Проаналізуйте, в чому полягає різниця між визначеннями тензора повних напружень і вектора повного теплового потоку в моделях RANS і LES?
41. Охарактеризуйте умови рівноваги сил і моментів. Доведіть симетричність тензора напруження.
42. Проаналізуйте три основних групи математичних моделей для описання турбулентних потоків. В чому полягає осереднення фізичних величин за Рейнольдсом і Фаврем?
43. Проаналізуйте визначення для максимального і мінімального дотичного напруження. Де ці напруження використовуються?
44. Проаналізуйте постановку задачі тепло-гідродинамічного стану реагуючого середовища підчас згоряння природного газу без попереднього змішування.
45. Охарактеризуйте гіпотези плоского напруженого стану та запишіть основні рівняння.
46. Охарактеризуйте в'язкопружний напружений стан. Проаналізуйте принцип відповідності.
47. Проаналізуйте, які існують конфігурації суцільного середовища? Дайте визначення явищ деформації і течії.
48. Охарактеризуйте плоскі задачі теорії пружності. Проаналізуйте, чим відрізняється плоский напружений стан від плоскої деформації?
49. Охарактеризуйте гіперпружність, гіпопружність.
50. Проаналізуйте відмінності між рівняннями збереження для реагуючих потоків зі звичайними рівняннями Нав'є-Стокса для нереагуючих середовищ.
51. Охарактеризуйте фізичне тлумачення початкової та кінцевої конфігурацій середовища. В чому полягають відмінності між лагранжевим і ейлеревим описом руху.
52. Проаналізуйте задачі лінійної термopужності. Запишіть рівняння Дюамеля-Неймана.
53. Проаналізуйте визначення градієнта деформації та градієнта переміщення, тензора деформацій і тензора скінченних деформацій.
54. Охарактеризуйте визначення тиску рідини. Запишіть формулу для визначення тензора в'язких напружень. Чим характеризується баротропна течія?
55. Проаналізуйте формули для тензорів деформацій Коші і Гріна, тензорів скінченних деформацій Ейлера і Альмансі.
56. Охарактеризуйте постановку задачі термо-в'язко-пружно-пластичності.
57. Проаналізуйте, в чому полягає в'язкопружна поведінка матеріалу? Наведіть найпростіші механічні моделі в'язкопружної поведінки середовища та розкрийте їх сутність.
58. Проаналізуйте задачу пружно-пластичності. Запишіть алгоритм розв'язання задачі пластичності з використанням методів Ейлера і Ньютона.

Практичні завдання

1. **Задача.** Довести, що вектор $\mathbf{v} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ перпендикулярний площині, заданої рівнянням $ax + by + cz = \lambda$ (див. рис.).

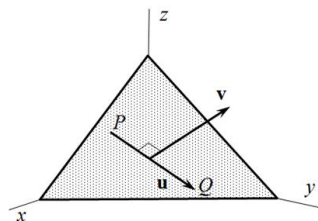


Рис. До задачі

2. Задача. Для поля переміщення $\mathbf{u} = (x_1 - x_3)^2 \mathbf{e}_1 + (x_2 + x_3)^2 \mathbf{e}_2 - x_1 x_2 \mathbf{e}_3$ за умови обмежень, прийнятих в теорії малих деформацій ($\mathbf{L} = \mathbf{E}$), визначити тензор лінійної деформації, тензор лінійного повороту і вектор повороту в точці $P(0, 2, -1)$.
3. Задача. Знайти вирази для характеристик повзучості в моделях Кельвіна і Максвелла безпосереднім інтегрування рівнянь $\dot{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{\tau} = \frac{\sigma_0 [U(t)]}{\eta}$ і $\dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau} = G \varepsilon_0 [\delta(t)]$ відповідно.
4. Задача. Перевірте правильність співвідношень між напруженнями і деформаціями, що представлені формулами $\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{\eta}$ і $\sigma = G \varepsilon + \eta \dot{\varepsilon}$ для моделей Максвелла і Кельвіна, відповідно.
5. Задача. Довести, що рівняння Прандтля-Рейса $d\varepsilon_{ij}^P = s_{ij} d\lambda$ містить в собі твердження, що головні осі тензора приращення пластичної деформації співпадають з головними осями тензора напруження. Записати ці рівняння через головні напруження.
6. Задача. Під час навантаження P в одномірному випробуванні зразка істинне напруження $\sigma = \frac{P}{A}$, в той час як технічне приймається у вигляді $S = \frac{P}{A_0}$, де A_0 – початкова площа перетину, а A – поточна її величина. Знайти умови максимуму навантаження під час пластичного деформування зі збереженням об'єму ($A_0 L_0 = AL$).
7. Задача. Тензор другого рангу $\hat{\mathbf{B}}$ є кососиметричним, тобто $\hat{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{B}}_v$. Показати, що $\hat{\mathbf{B}}_v \times \mathbf{a} = 2\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{B}}$.
8. Задача. В деякій точці суцільного середовища дано тензори швидкості деформації і напруження

$$D_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 7 \\ -1 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$
 Визначити в цій точці величину λ потужності напруження $D_{ij} \sigma_{ij}$.
9. Задача. Довести тотожність

$$\varepsilon_{pqs} \varepsilon_{mnr} = \begin{vmatrix} \delta_{mp} & \delta_{mq} & \delta_{ms} \\ \delta_{np} & \delta_{nq} & \delta_{ns} \\ \delta_{rp} & \delta_{rq} & \delta_{rs} \end{vmatrix}.$$
10. Задача. Знайти головні напрямки і головні значення декартового тензора $\hat{\mathbf{T}}$ другого рангу, який представлено матрицею

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
11. Задача. Дано вектори напруження $t_i^{(e_1)}$, $t_i^{(e_2)}$, $t_i^{(e_3)}$, що діють на три координатні площадки. Показати, що сума квадратів модулів цих векторів не залежить від орієнтації кожної координатної площини.
12. Задача. Напружений стан у деякій точці задано тензором напружень

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma & a\sigma & b\sigma \\ a\sigma & \sigma & c\sigma \\ b\sigma & c\sigma & \sigma \end{pmatrix},$$

де a, b, c – константи, а σ – деяке значення напруження. Визначити константи a, b, c так, щоб вектор напруження на октаедричній площадці з одиничною нормаллю $\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{e}_3$ дорівнював би нулю.

13. Задача. Написати визначальне рівняння для ньютонівської рідини з нульовою об'ємною в'язкістю $\chi^* \equiv 0$.

14. Задача. Визначити середнє нормальне напруження $\sigma_{ii}/3$ в нестисливій стоксовій (нелінійній) рідині, для якої $\tau_{ij} = \alpha D_{ij} + \beta D_{ik}D_{kj}$, причому α, β – сталі, де $D_{ij} = \left(\frac{\partial v_j}{\partial x^i} + \frac{\partial v_i}{\partial x^j} \right) = v_{j,i} + v_{i,j}$ – компоненти тензора швидкості деформації, s^{-1} ; v_i – компоненти вектора швидкості, м/с.

15. Задача. Вивести рівняння енергії $kT_{,ii} = \rho c_v \dot{T} + (3\lambda + 2\mu)\alpha T \dot{\epsilon}_{ii}$ для термопружності, використовуючи при цьому функцію вільної енергії $f = u - Ts$.

16. Задача. Вивести рівняння Нав'є $\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu)u_{i,ji} + \rho b_i = 0$.

17. Задача. Показати, що розкласти тензор напруження σ_{ij} на кульову і девіаторну частини можна тільки єдиним способом.

18. Задача. Відносно суміщених матеріальних X_i і просторових осей x_i задано поле переміщення суцільного середовища $x_1 = X_1$, $x_2 = X_2 + AX_3$, $x_3 = X_3 + AX_2$, де A – стала. Визначити компоненти вектора переміщення в матеріальній і просторовій формі (тобто в лагранжових і ейлерових змінних).

19. Задача. Відносно суміщених матеріальних і просторових осей задано вектор переміщення $\mathbf{u} = 4X_1^2\mathbf{e}_1 + X_2X_3^2\mathbf{e}_2 + X_1X_3^2\mathbf{e}_3$. Визначити зміщене положення частинки, що початково знаходилася в точці $(1, 0, 2)$.

20. Задача. Деякий об'єм суцільного середовища зазнає деформацію $x_1 = X_1$, $x_2 = X_2 + AX_3$, $x_3 = X_3 + AX_2$, де A – стала. Обчислити тензор деформації Гріна $\hat{\mathbf{G}}$ і використати його для визначення лагранжового тензора скінченних деформацій $\hat{\mathbf{L}}_G$.

21. Задача. Дано поле швидкості $v_1 = x_1/(1+t)$, $v_2 = 2x_2/(1+t)$, $v_3 = 3x_3/(1+t)$. Знайти компоненти вектора прискорення.

22. Задача. Поле швидкості задано вектором $\mathbf{v} = x_1^2t\mathbf{e}_1 + x_2^2t\mathbf{e}_2 + x_1x_3t\mathbf{e}_3$. Визначити швидкість і прискорення частинки, що знаходиться в момент $t=1$ в точці $P(1, 3, 2)$.

23. Задача. Деяка течія задана полем швидкості $v_1 = 0$, $v_2 = A(x_1x_2 - x_3^2)e^{-Bt}$, $v_3 = A(x_2^2 - x_1x_3)e^{-Bt}$, де A і B – сталі. Знайти градієнт швидкості $\partial v_i / \partial x_j$ для цього руху і обчислити тензор швидкості деформації $\hat{\mathbf{D}}$ і тензор завихреності $\hat{\mathbf{V}}$ в точці $P(1, 0, 3)$ в момент часу $t=0$.

24. Задача. Для обертання абсолютно твердого тіла зі швидкістю $\mathbf{v} = 3x_3\mathbf{e}_1 - 4x_3\mathbf{e}_2 + (4x_2 - 3x_1)\mathbf{e}_3$ визначити вектор вихору швидкості $\boldsymbol{\Omega}$ і показати, що $\mathbf{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}$.

25. Задача. Довести, що $d(\ln J)/dt = \text{div } \mathbf{v}$.

26. Задача. Довести, що лагранжева форма $\frac{d}{dt}(\rho J) = 0$ рівняння нерозривності і ейлерова його форма $\frac{d\rho}{dt} + \rho v_{k,k} = 0$ еквівалентні.

27. Задача. Теорема про зміну кількості руху в диференціальній формі виражається рівнянням $\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} = \rho b_i + (\sigma_{ij} - \rho v_i v_{j,j})_{,j}$. Довести, що рівняння руху $\sigma_{ji,j} + \rho b_i = \rho \dot{v}_i$ витікає з цього рівняння.

28. Задача. Довести, що густину енергії деформації u^* для ізотропного гукового середовища можна виразити через тензор деформації у вигляді $u^* = \lambda (\text{tr } \hat{\epsilon})^2 / 2 + \mu \hat{\epsilon}^2 : \hat{\epsilon}$ і через тензор напруження у вигляді $u^* = [(1 + \nu) \hat{\sigma} : \hat{\sigma} - \nu (\text{tr } \hat{\sigma})^2] / (2E)$.

29. Задача. Існує стан усестороннього рівномірного стискання з тензором напруження $\sigma_{ij} = -p \delta_{ij}$. Отримати формули $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$, $K = \frac{3\lambda + 2\mu}{3}$ для модуля об'ємного стискання (відношення тиску до зміни об'єму).

30. Задача. Виконати операцію обертання закону Гука для напруження через деформацію $\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}$, щоб отримати співвідношення для деформації через напруження $\epsilon_{ij} = \frac{-\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \delta_{ij} \sigma_{kk} + \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij}$.

Робочу програму освітнього компонента (силабус):

Складено професор, д.т.н., професор, Антон КАРВАЦЬКИЙ

Ухвалено кафедрою хімічного, полімерного і силікатного машинобудування (протокол № 17 від 04.06.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету¹ (протокол № 11 від 27.06.2025 р.)

¹ Методичною радою університету – для загальноуніверситетських дисциплін.